

AN2 確率予報の定量的利用に向けて

AN2.1 予報の利用状況の変化

近年“リスクマネジメント”に対する関心，対処が高まっている。大量点を得ることより，“失点”を少なくする，少ない得点でも負けない，という高効率が求められる，ということであろう。

このような中で求められるもののひとつは“予測情報の活用”である。しかし，かならずしも利用できる予測情報があるとは限らない。“予測困難なことがらへの対処”もいろいろ工夫されるようになってきた。“天候デリバティブ”ということばが頻々と活字になるようになってきた。また，その形態も，損害保険会社が引き受けるもののみならず，電力会社とガス会社と天候の影響が相反する企業同士の取り引きなど様々になってきている。また，デリバティブは保険に比べ高価で（補償額の数%），この値段をどうするかは販社にとって重要な課題であり，値段を下げるために，予測情報を用いることも検討されている（土方，2003）。

“予測情報の活用”も単に Yes, No ではなく，定量的に利用することにより，最適化を図るようになってきているのではなかろうか。

日々の天気予報の降水確率について考えてみよう。降水確率は1980年にまず東京の予報に導入された。開始直後には批判もあったと記憶するが，1981年に実施された読売新聞のアンケート調査では，すでに，確率を理解し行動していることの方がえる結果が出ている（雨宮，1981）。また，今日では，あるのがあたりまえの予報であり，例えば，電車の中での会話などごく当たり前に人々の口に上るようになった。金子（1990）は降水確率の定着した理由について，（もともと不確実なものを）当てることが重要なのではなく，不確実な状況にどう対処するかが問題だという情報の受け止め方に変化があったこと，おなじ情報でも受け手によりその解釈はさまざまであり，自主的な選択を重んずるようになったことを指摘している。

降水確率と長期予報（季節予報）では，対象とする現象も，（その現象と個々人の）日常との関わりも異なり，降水確率同様というわけにはいかないかもしれないが，情報の送り手としては，同じ「情報」でも目的（意識）により受け止め方，対処はさまざまであることを認識すべきである。

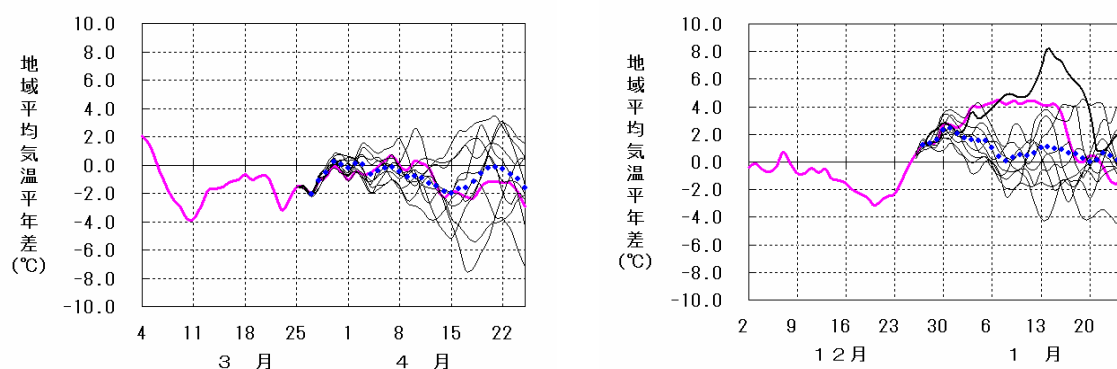
また，立平（1999）は，予報から最大の利益を引き出す技術にももっと関心を払うべき，と情報の利用技術の重要性を指摘している。

このように，予測情報に対するニーズも高度化しており，高度化に応える予測技術が求められる一方，予報が活用されるには，情報の高度利用のための技術からアプローチも必要である。

実際の予報で考えてみよう。一世代前の1か月予報に見られた，極端な予報例

を示す(第 AN2.1 図)。左は、予報期間の早い時期からメンバー間の違いが大きいが、予報期間後半まで、アンサンブル平均と実況との傾向が似ていた例である。右は、他のメンバーと大きく予測の異なったメンバーが実況に近かった例で、アンサンブル手法を用いることにより、多くのメンバーとは大きく異なる可能性のあることを捉えた例である（渡辺，2001）。

前者では、特に後半、アンサンブル平均から各メンバーが大きく隔たっており、アンサンブル平均をどの程度信頼してよいのか、判断が難しい。また、後者では、他のメンバーと大きく異なるメンバーの情報をどのように取り込むか問題である。現在はメンバー数が26に増え、また、今後拡大も検討されている。数多くの数値予報結果から、どのような“情報”を抽出できるのか、提供できるのか、が課題である。



第 AN2.1 図 アンサンブル予報の極端な予報例

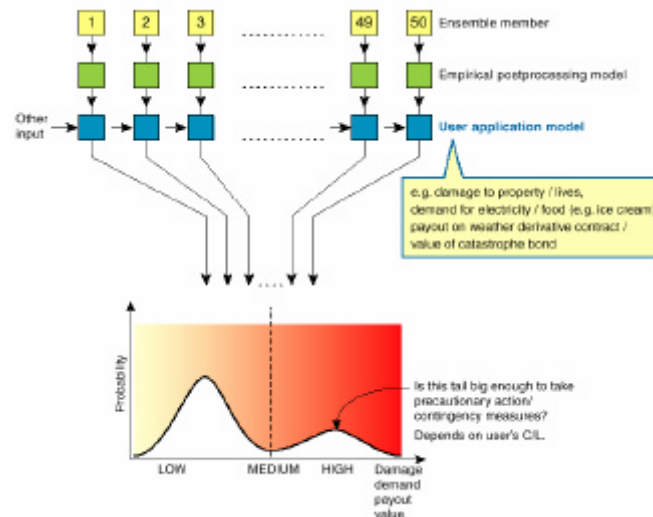
左：2000 年 3 月 2 日の予報用資料 右：1999 年 12 月 31 日の予報資料

赤実線：関東甲信地方の地域平均気温平年差の実況

細実線：各メンバーの予想

青点線：アンサンブル平均

Palmer et al. (2000) は、将来は、数多くのアンサンブルメンバーの予報結果から、個々のユーザの目的とする情報の確率密度関数を提供できないか、ということ提唱している（第 AN2.2 図）。また、渡辺（2002）はあまり芳しい結果は得られていないが、地域平均気温の確率密度関数の推定を試みている。



第 AN2.2 図 アンサンブル予報の利用に向けての提案 (Palmer et al., 2000)

AN2.2 予報の評価

確率予報の定量的利用を念頭に、1 か月予報ガイダンスの評価についてのべる。予報の評価については確率予報に限らず、さまざまな方法が提唱されている（たとえば、菊地原，1988 を参照）。近年，Katz, R. et al. (1997)，山田 (2001)，Zhu, Y. et al. (2002)，など経済的な視点を持つものが多くなってきている。

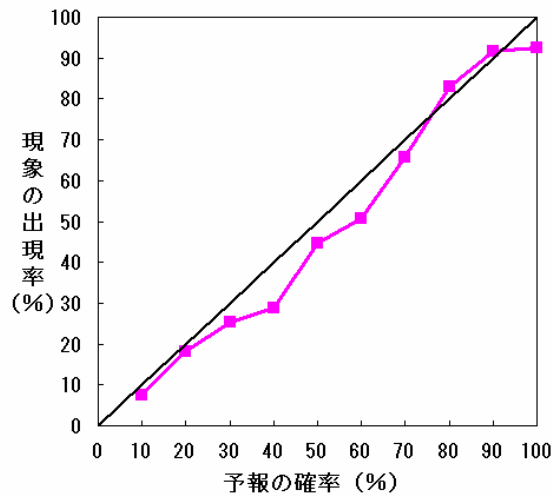
ここでは、信頼度曲線 (Reliability Diagram)，ROC (Relative Operating Characteristics)，損失軽減率 (Economic value) について述べる。

AN2.2.1 信頼度曲線 (Reliability Diagram)

予報の確率値に対し、実際どのくらい現象が出現しているのかを示す図で、横軸に予報の確率値を、縦軸に予報の確率値に対する現象の出現率を取り、線で結んだものである (第 AN2.3 図)。45° の傾きの直線に近いほど予報の確率値と実際の現象の出現率が等しく、予報の確率値の信頼度が高いことになる。

この例では、傾き 45° の直線をやや下回っているが、ほぼ直線に沿って、予報確率値が大きければ現象の出現率も大きくなっている。ちなみに、この例は、予報としては行っていない、予報期間前半 (1~2 週) の 2 週間平均気温の確率ガイダンスを評価したものである。

これに加え、予報頻度をあわせて描くのが一般的である。ある確率値だけ極端に予報回数が多ければ、仮に“信頼度”が大きくても利用しにくい。同じグラフ内に予報頻度を描くことで、予報の確率値のばらつきを見ることができる。信頼度と予報頻度は後に述べる ROC や損失軽減率に大きく影響する。



第 AN2.3 図 信頼度曲線の例

AN2.2.2 ROC (Relative Operating Characteristics)

ROCは適当な訳語がなく、「アール・オー・シー」、「ロック（カーブ）」などと呼んでいる。ROCを予報の評価に応用したのは Mason (1980, 1982) ではないかと思う。ROCは信号検出理論としてさまざまな分野で利用されてきた。Manson (1982) に引用されている Swets (1973) はタイトルのとおり心理学の論文である。今日では、たとえば、画像解析の分野などさまざまな分野で利用されている。Mason は、確率予報の評価ということではなく、航空気象予報で求められるシビア現象の予報の評価にROCを利用した。また、WMOのWWW (World Weather Watch) においても利用された (Stanski et al., 1989)。

近年ROCが脚光を浴びたのは、ECMWFがアンサンブル予報の評価に導入し (たとえば, Richardson, 1989), また, WMOの確率予報の評価法の標準の一つとなったことからである。実際ここ数年のアメリカ気象学会の雑誌を開くと、確率予報、アンサンブル予報に関する論文では、長期予報に限らず短期予報でもROCや損失軽減率を用いた評価結果を掲載している。

日本では、先に示した菊地原 (1988) が Mason (1980) の論文を紹介しているほか、中三川 (1999) が1か月予報についてROC、損失軽減率を求めている。

ROCは、予報の評価でよく使われる量のうち「適中率」と「空振り率」のふたつを1枚の図に表し、予報を評価しようという方法である。

ROCを作成するには、まず、適中率、空振り率を第 AN2.1 表の分割表および定義にしたがって求める。確率の Lower Limit をいくつか決め (たとえば 10%刻

み), Lower Limit より高い確率の予報を「Y e s」, 低いものを「N o」としてそれぞれの Lower Limit 毎に計算する。

第 AN2.1 表 適中率, 空振り率算出の分割表と定義

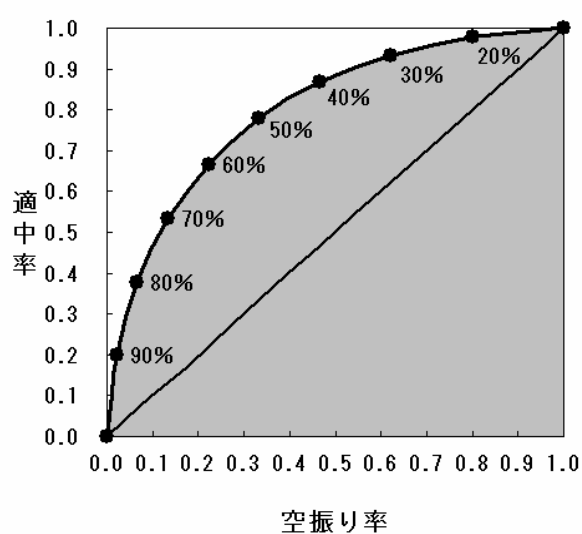
		実 況		
		Y e s	N o	
予 報	Y e s	適中 (H)	空振り (F A)	H + F A
	N o	見逃し (M)	適中 (C R)	M + C R
		H + M	F A + C R	

【定義】

$$\text{適中率 (H R)} = \frac{H}{(H + M)} \quad (\text{Hit Rate})$$

$$\text{空振り率 (F A R)} = \frac{F A}{(F A + C R)} \quad (\text{False Alarm Rate})$$

空振り率を横軸に, 適中率を縦軸にプロットし, Lower Limit の順番に点を結ぶことでROCが作成できる。作図例を第 AN2.4 図に示す。この例は, 第 AN2.2 表のような確率 10%の予報を 10 回発表し, うち 1 回適中, 20%を 10 回発表, うち 2 回適中, 以下 90%まで確率に応じて適中するような疑似データから求めたROCである。



第 AN2.4 図 ROCの例

たとえば 50%の点は、50～90%の予報の総数（第 AN2.2 表の実線と破線で囲まれた数の和）45 回が第 AN2.1 表の（H+M）になり、適中数（H）は第 AN2.2 表の実線で囲まれた 35 回となる。10～40%の予報の総数（第 AN2.2 表の破線と二重線で囲まれた数の和）45 回が（F A + C R）、空振り（F A）は第 AN2.2 表の一点鎖線で囲まれた数の和 15 回となる。したがって、適中率は 78%，空振り率は 33%となる。同様に 10%毎に適中率，空振り率を求める。

図中の直線は「適中率」＝「空振り率」の場合を示したもので、直線上では「空振り率」と「適中率」が等しく情報がないことを示す。この直線より左側に離れるほど情報のある予報ということになる。

この曲線から、

- ・（予報の）確率値が小さい場合には、適中率大きいが空振り率も大きい
 - ・確率値が大きい場合には、空振り率は小さくなるが、「見逃し」がふえることから適中率も小さくなる
- ことが読みとれる。

第 AN2.2 表 ROCを作成したデータ

		実 況	
		Y e s	N o
予	90%	9	1
	80%	8	2
	70%	7	3
	60%	6	4
	50%	5	5
報	40%	4	6
	30%	3	7
	20%	2	8
	10%	1	9

また、えられた線は（0，0）から（1，1）を繋ぐ曲線となるので、この曲線と適中率＝0，空振り率＝1の直線とで囲まれた面積（第 AN2.4 図の陰影部の面積）を求めると、この面積が大きいほどよい予報ということになる。疑似データでは当然のことながら左側でかつ直線から離れ、面積も 0.79 と大きい。

AN2.2.3 損失軽減率（Economic value）

つぎに、簡単なコスト・ロスモデルを仮定し、予報を利用するとどの程度損失

を軽減できるかを検討しよう。

コスト・ロスモデルをどのようにするか、により結果は変わる。山田（2001）や、Zhu, Y. et al.（2002）は対策をとっても損失がゼロにならないモデルを用いている。ここでは、ある事象が生じたとき、対策をとっていないと損害を蒙り、対策をとっていれば損害はゼロというという最も簡単なモデルを仮定する（第 AN2.3 表）。

第 AN2.3 表 仮定したコスト・ロスモデル

	対策をとる	対策をとらない
事象あり	C (対策費)	L (損害)
事象なし	C (対策費)	0

予報を利用して対策をとる、とらないとの決定をした場合の平均的な損失は、第 AN2.1 表の記号を用いて、

$$e = C \times (F A + H) + L \times M$$

と表すことができる。

損失の単位を L とすれば、平均損失 e_i は

$$e_i = \frac{C}{L} \times (F A + H) + M$$

と表すことができる。

$$H + M + F A + C R = 1$$

とする（予報回数を規格化すると）、 $(H+M)$ は現象の平均的な出現率、すなわち気候値となる。これを O とおくと、

適中率 $H R$ 、空振り率 $F A R$ は

$$H R = \frac{H}{(H+M)} = \frac{H}{O}$$

$$F A R = \frac{F A}{(F A + C R)} = \frac{F A}{(1 - O)}$$

となるから

$$e_i = F A R \times \frac{C}{L} \times (1 - O) + H R \times \frac{C}{L} \times O + M$$

となる。さらに

$$HR = \frac{H}{(H+M)}$$

から

$$M = O \times (1 - HR)$$

であるから、

$$e_i = FAR \times \frac{C}{L} \times (1 - O) - HR \times (1 - \frac{C}{L}) \times O + O$$

となる。

FAR, HR, C/L, O はいずれも 0 以上 1 以下であるから, FAR (空振り率) が大きいと損失が大きくなる, 適中率 (HR) が大きいと損失は小さくなることがわかる。

次に, “完全予報”を考えよう。すなわち, 事象あり (起こる) と予報したときには必ず事象が起こり, 事象なしと予報した場合には事象は起きない, という予報と実況である。

この場合,

$$FAR = 0, HR = 1$$

となり, したがって, 平均損失

$$e_i = FAR \times \frac{C}{L} \times (1 - O) - HR \times (1 - \frac{C}{L}) \times O + O$$

は,

$$e_p = O \times \frac{C}{L}$$

となる。

では, “予報”などの情報がない場合の対応を考えよう。このような場合は,

$$\text{つねに対策をとる} \quad \Rightarrow \quad FAR = 1, HR = 1$$

もしくは

$$\text{つねに対策をとらない} \quad \Rightarrow \quad FAR = 0, HR = 0$$

という対応になる。

したがって, 平均損失 e_i は,

$$\text{つねに対策をとる場合} \quad FAR = 1, HR = 1 \quad \Rightarrow \quad e_i = C/L$$

$$\text{対策をとらない場合} \quad FAR = 0, HR = 0 \quad \Rightarrow \quad e_i = O$$

となる。

気候値 O のみ既知とすると, C/L が O より小さいとき対策をとり, 逆の

場合にはとらないことで損失が軽減されるから、

$$e_c = \min \left\langle \frac{C}{L}, O \right\rangle$$

となる。

予報を利用した場合の損失を完全予報の損失で規格化し、

$$v_i = \frac{e_c - e_i}{e_c - e_p}$$

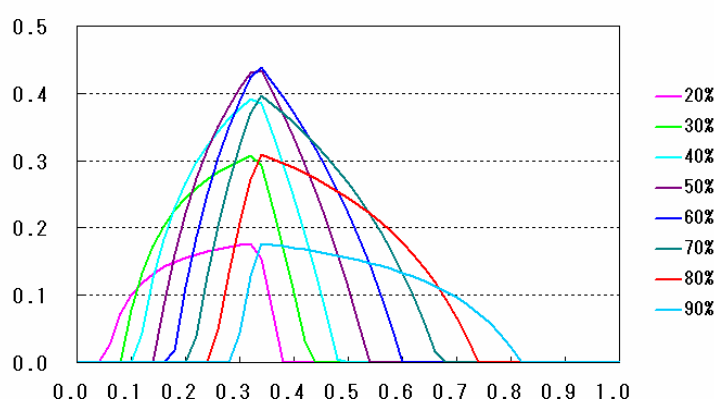
$$= \frac{\min \left\langle \frac{C}{L}, O \right\rangle - \text{FAR} \frac{C}{L} (1 - O) + \text{HR} O \left(1 - \frac{C}{L}\right) - O}{\min \left\langle \frac{C}{L}, O \right\rangle - O \times \frac{C}{L}}$$

がえられる。

v_i は C/L が O に等しい時に最大値 $\text{HR} - \text{FAR}$ となる。右辺の C/L 以外は既知であるから、 v_i は C/L の関数で、ユーザは（自らの） C/L に応じ、最も損失を軽減できる確率値の時に対策をとればよいことになる（第 AN2.5 図）。

C/L を 0 から 1 まで積分すれば、“予報の価値”を見積もれる。ちなみに第 AN2.5 図の例では、0.17 となる。

なお、確率予報の評価ではないが、山田（2001）は全ユーザの C/L の分布を仮定し、社会全体にとっての価値を見積もる、という予報の評価を提唱している。



第 AN2.5 図 損失軽減率の例

AN2.3 1か月予報ガイダンスの評価

AN2.2で紹介した方法により、実際の1か月予報ガイダンスを評価してみよう。

1か月予報資料に数値予報が導入されたのは1996年3月で、2001年3月の計算機システムの更新時に数値予報モデルの水平解像度、鉛直解像度を細かくするとともに、アンサンブルメンバー数も拡大した。2001年3月以降の現行システムにおけるガイダンスについての評価結果を示す（第AN2.6図）。なお評価対象期間は、2001年3月から2004年3月半ばまでの159例で、通年の評価のみである。また、地域ごとに求めたものを合算してある。

現在の1か月予報では、確率ガイダンス、日別予測式、期間平均予測式の3つのガイダンスがある。複数のガイダンスがあるのは、予報作業上不便であるのだが、特に一つが抜きん出ていればいいのだが、一長一短（というより団栗の背比べ？）がある。いずれ整理される、あるいは全く別な（概念の）ガイダンスが作られるであろう。

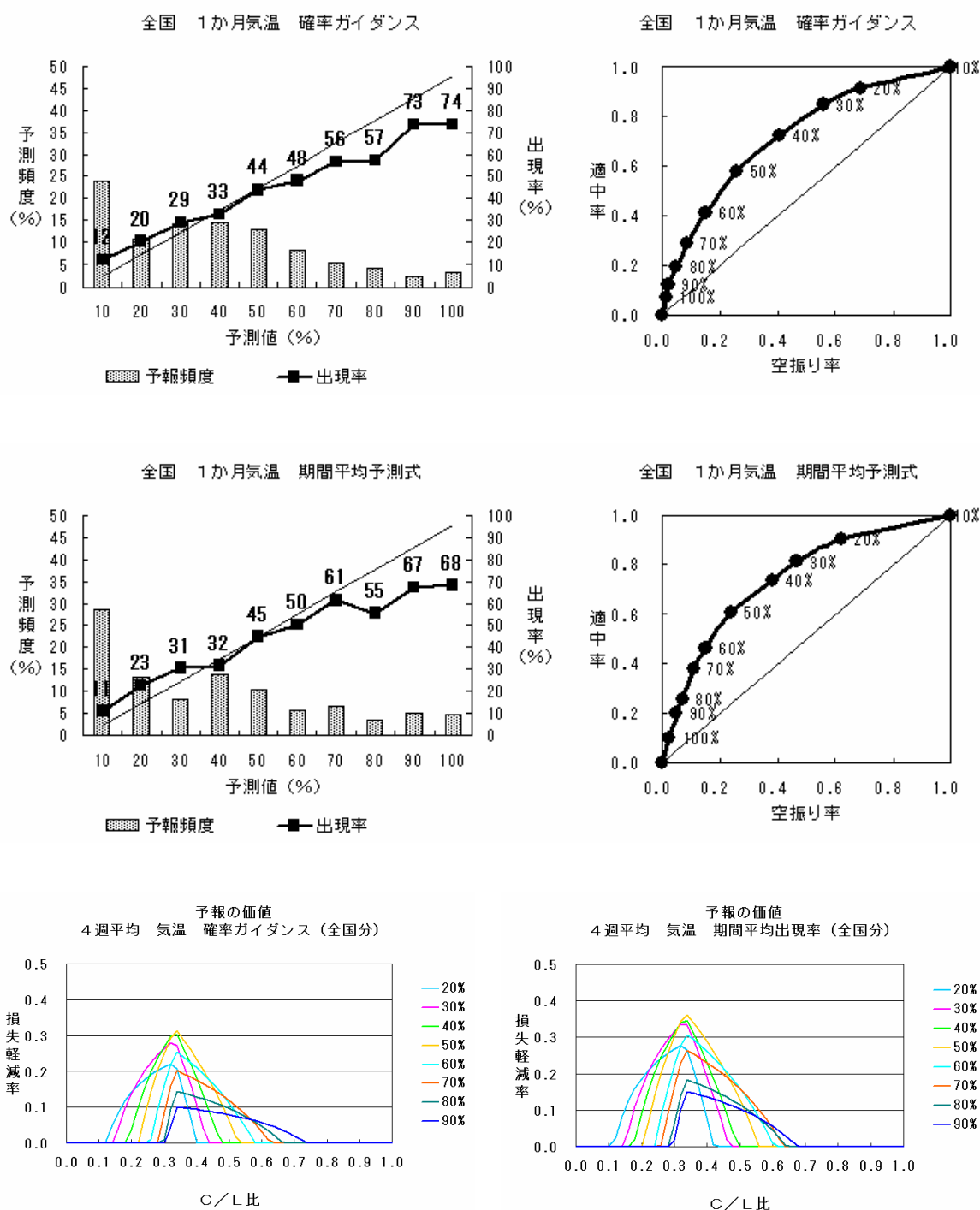
確率ガイダンス、期間平均予測式（の出現率）ともに信頼度曲線は傾斜が小さいがほぼ直線状になっている。確率値が大きい場合、実際の現象の出現は確率値よりおよそ2割程度小さい。逆に小さい値では2割程度出現率が大きい。60%を超える予測頻度は期間平均予測式が約20%、確率ガイダンスが約15%と期間平均予測式のほうが多くなっている。大きな差はないが、確率ガイダンスのほうが信頼度はいくらかよい。

ROCでは、確率ガイダンス、期間平均予測式それぞれの（曲線の下側の）面積は、0.72、0.74と期間平均式のほうがわずかだが大きい。予報確率70%、90%の二つの点に着目し、ふたつのガイダンスの特徴を考えてみよう。

それぞれのガイダンスの70%、90%の空振り率、適中率は第AN2.4表のとおりで、確率ガイダンスに比べ、期間平均予測式（の階級別出現率）は、空振り率、適中率ともに大きくなっている。ROCでは期間平均予測式の70%、90%の点は確率ガイダンスの点に比べ左上に位置する。確率ガイダンスは、期間平均予測式の結果に比べ、空振り率、適中率ともに小さく、“空振りはしないが、見逃しが多い”ことを示している。

第AN2.4表 確率ガイダンス、期間平均ガイダンスの70%、90%の空振り率、適中率

		空振り率		適中率			空振り率	適中率
確率ガイダンス	70%	0.09	0.29		90%	0.02	0.12	
期間平均予測式	70%	0.11	0.38		90%	0.05	0.20	



第 AN2.6 図 1か月予報ガイダンスの信頼度曲線, ROC, 損失軽減率
 上: 確率ガイダンスの信頼度曲線, ROC
 中: 期間平均予測式ガイダンスの信頼度曲線, ROC
 下左: 確率ガイダンスの損失軽減率
 下右: 期間平均予測式ガイダンスの損失軽減率

予報頻度を見てみよう。30%、40%の頻度を見ると、確率ガイダンスのほうが大きい。それぞれ、30%程度の適中率（出現率）があることから、これらの確率値に対して、確率ガイダンスのほうが出現回数の多いことを示している。したがって、70%、90%といった大きな確率値にたいする適中率が小さくなる（見逃しが多い）。空振りも大きな確率値の頻度が小さいことで、大きな確率値における空振り率が小さくなる。このように、ROCは“信頼度”に加え、予報頻度が影響してくる。

同様に、適中率と空振り率を含む損失軽減率も信頼度、予報頻度の双方が影響する。両者を比べると、確率ガイダンスの方が信頼度が良く、期間平均予測式の方が大きな予報確率値の予報頻度が大きい。損失軽減率のピークは期間平均予測式が大きく、確率ガイダンスは、コスト・ロス比のおおきなユーザに対しても損失を軽減できる。

すなわち、信頼度の良さが広い範囲のC/L比に対して損失軽減率をもたらし、大きな確率値や小さな確率値の頻度の大きいことが、（見逃しを少なくし）損失軽減率のピークを大きくする。

なお、2カテゴリーの確率予報の評価によく用いられる Brier Score も信頼度と分離度（大きな確率値や小さな確率値の頻度）に基づく指標である（立平, 1981, 1986）。

AN2.4 ROC, 損失軽減率の特性（利用上の留意点）

ROCや損失軽減率をもとに、予報を活用していくには、ROCや損失軽減率の特性を理解しておく必要がある。いくつかの仮想データを用い、ROC, 損失軽減率の特性を探ってみよう。

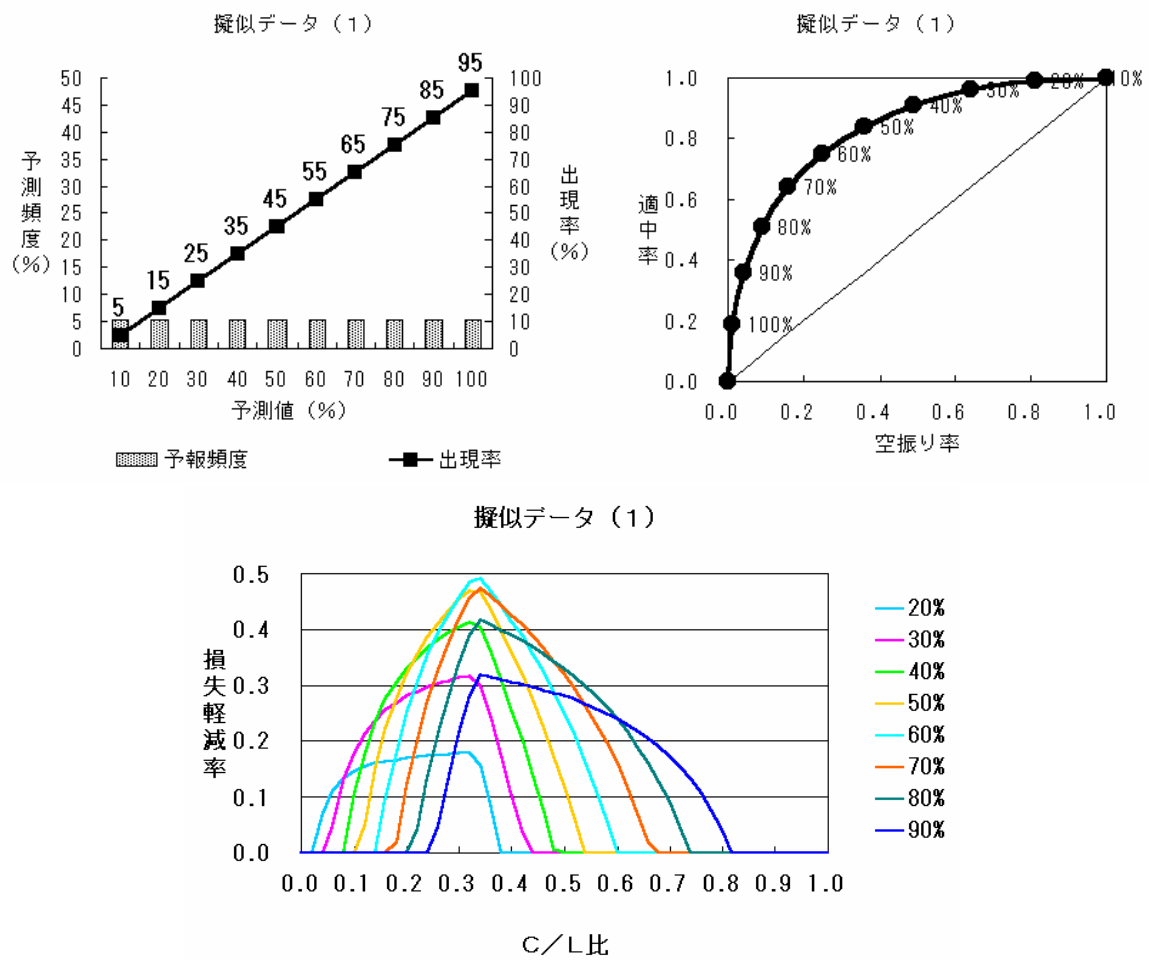
特性を考える上で、信頼度が高く、各確率の予報頻度が等しい例（第 AN2.7 図）を“基準”に、信頼度と（各確率の）予報頻度の違いがROCや損失軽減率にどのように現れるのかを見ていきたい。なお、損失軽減率は仮定するコスト・ロスモデルに依存するが、本文中と同じ最も簡単なコスト・ロスモデルを仮定して求めた。

予報頻度が異なるとどうなるのか見てみよう。第 AN2.8 図は予報の確率値の小さい値、大きな値の予報頻度が大きい例である。いわば、現象があるかないかの“決定論的予報”に近いケースである。信頼度が同じでも、予報頻度が異なるとROC, 損失軽減率は大きく様相が異なる。ROCでの評価の目安のひとつに曲線の下側の面積があるが、基準とした例が0.83であるのに対し、0.92と大きく、損失軽減率も大きい。しかし、ROCでは予報確率値30%～80%に対する点がほ

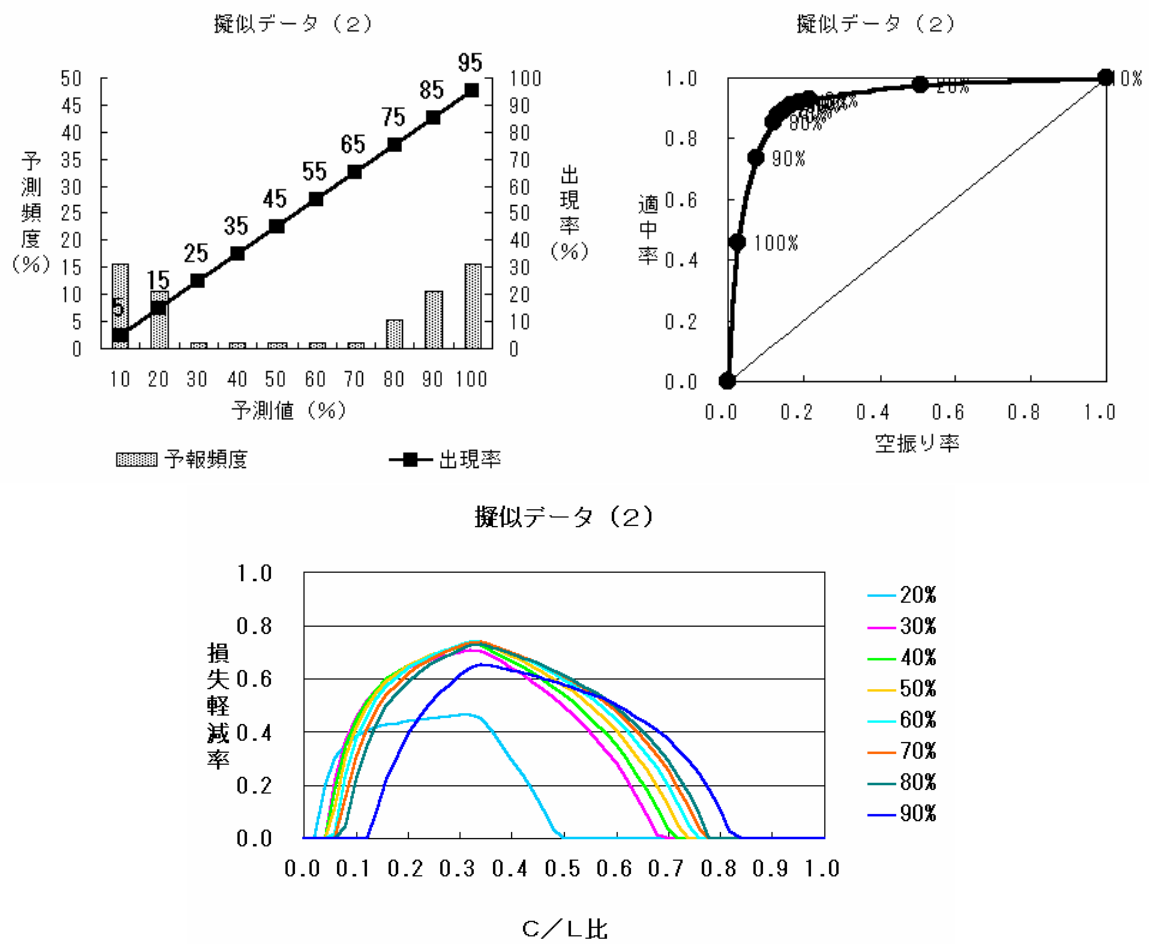
ほとんど同じ位置にかたまっている。また、損失軽減率でも 20%と 90%以外の各予報確率値では確率値による差があまりない。確率値が 30%以上であれば確率値による違いがあまりないことになる。

第 AN2.9 図は予報頻度が 30%, 40%や 50%といった気候値に近い値に偏った例である。長期予報・季節予報では、予報期間が長くなるにつれ不確定性が大きくなり、気候値に近い値が多くなる。この例（の予報頻度）は実際の予報資料（ガイダンス）や予報に近いものである。ROCでは適中率＝空振り率の直線にだいぶ近くなる。また、60%以上の確率値に対する点が左下（適中率＝0，空振り率＝0）の点に近づき、損失軽減率もコストロス比にかかわらずだいぶ小さくなってしまふ。

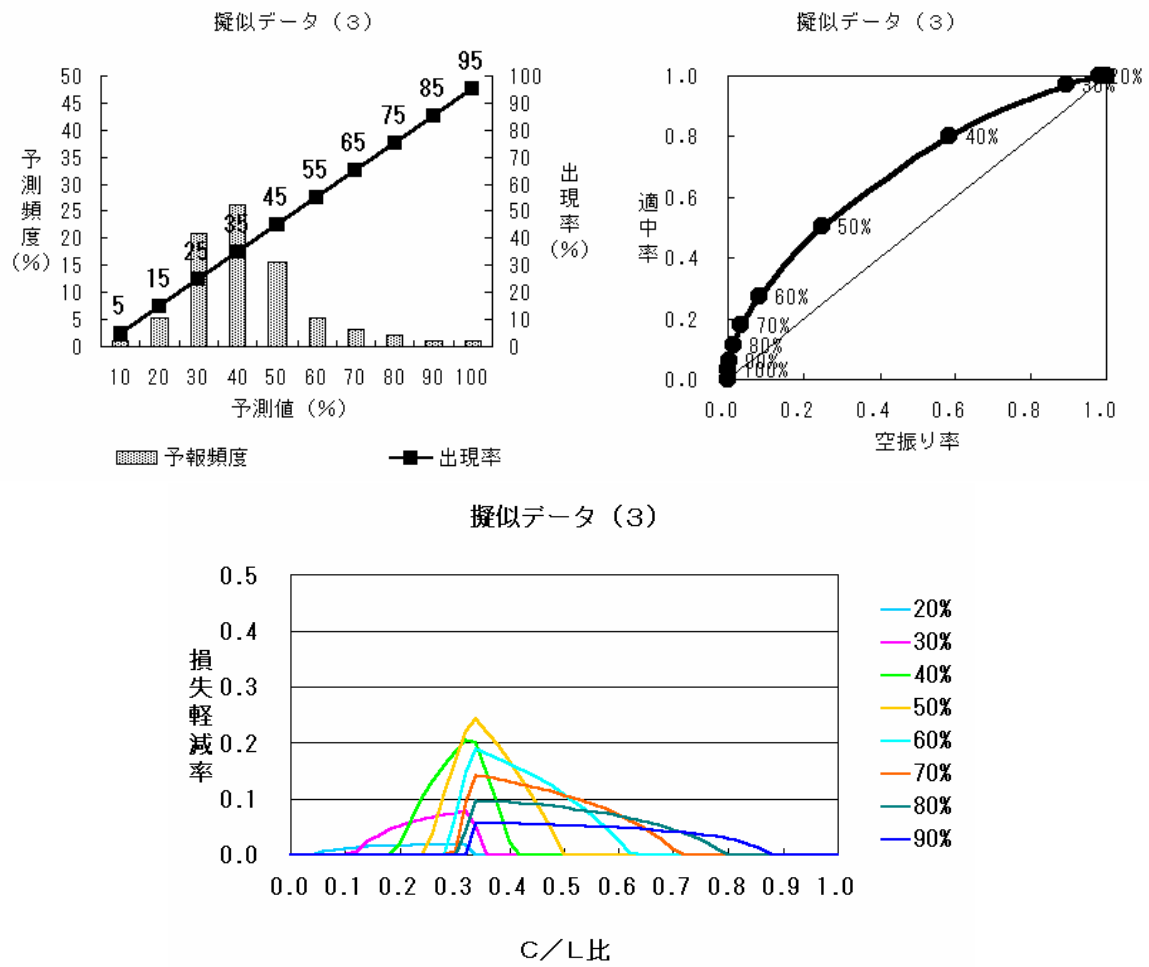
このように、信頼度曲線が良好でも、予報頻度により予報の持つ情報は変わってくる。予報頻度が大きな値や小さな値に集中している場合には、ROCの面積は大きく、また、損失軽減率のピークは大きい。反面、予報確率値の違いによる損失軽減率の差が小さく、予報確率値が 30～80%ではコストロス比に関係なくほとんど同じである。予報頻度が 30～50%に偏るような場合には、ROCの面積は小さく、損失軽減率も小さくなる。予報確率値が大きい場合でも、その値以下で現象が起こっている頻度（見逃し）が多く、損失軽減率は大きくならない。



第 AN2.7 図 信頼度，ROC，損失軽減率の例
信頼度高く，予報頻度が均一な例



第 AN2.8 図 信頼度，ROC，損失軽減率の例
信頼度高く，予報頻度が両端に偏っている例



第 AN2.9 図 信頼度，ROC，損失軽減率の例
信頼度高く，予報頻度が 30～50%に偏っている例

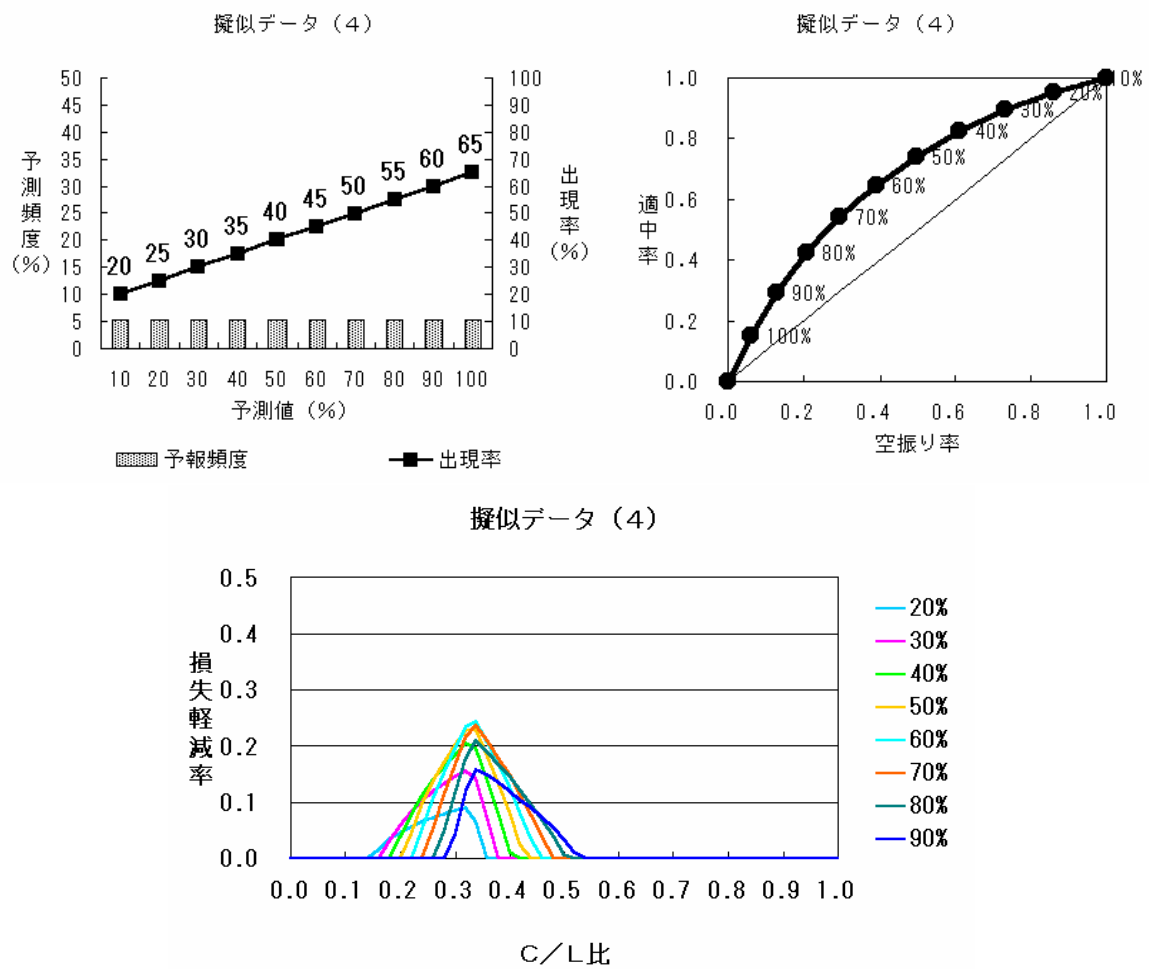
次に信頼度が低くなった場合を見てみよう。信頼度が高い場合同様、予報頻度が均等な場合、両端に偏っている場合、気候値に偏っている場合のROC、損失軽減率のグラフを作成した（第AN2.10図、第AN2.11図、第AN2.12図）。

予報頻度が均一で、信頼度の異なる第AN2.7図、第AN2.10図を比較してみよう。信頼度曲線でその良し悪しは一目瞭然であるが、信頼度が低い場合は、ROCも $y=x$ の線に近づき、よくないことがわかる。ちなみに曲線の下部分の面積は、信頼度が高いケースは0.83、信頼度の低いケースでは0.66である。また、損失軽減率は、コストロス比が気候値と等しい時のピーク値がおよそ0.5から0.25に下がることに加え、損失軽減が期待できるコストロス比も大幅に狭くなる。損失軽減率0.1が期待できるコストロス比を見てみると、信頼度が高い場合には、コストロス比がおよそ0.05から0.75程度と幅が広いのに対し、信頼度が低い場合には、およそ0.25から0.45と気候値に近いコストロス比に限られてしまう。

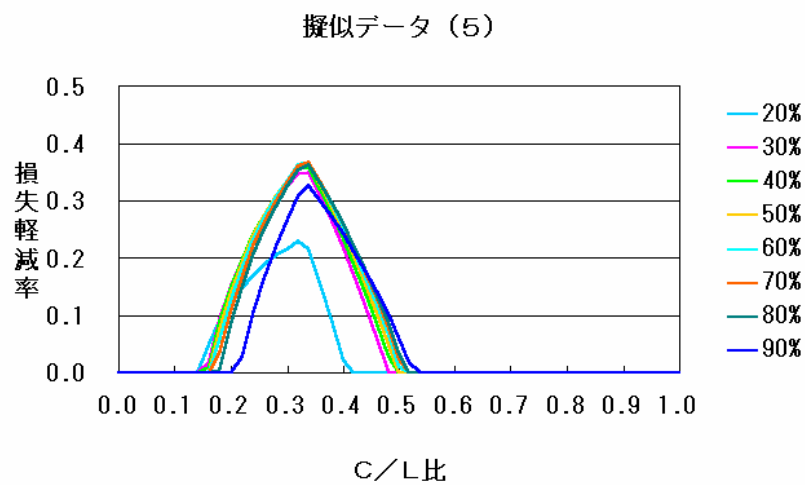
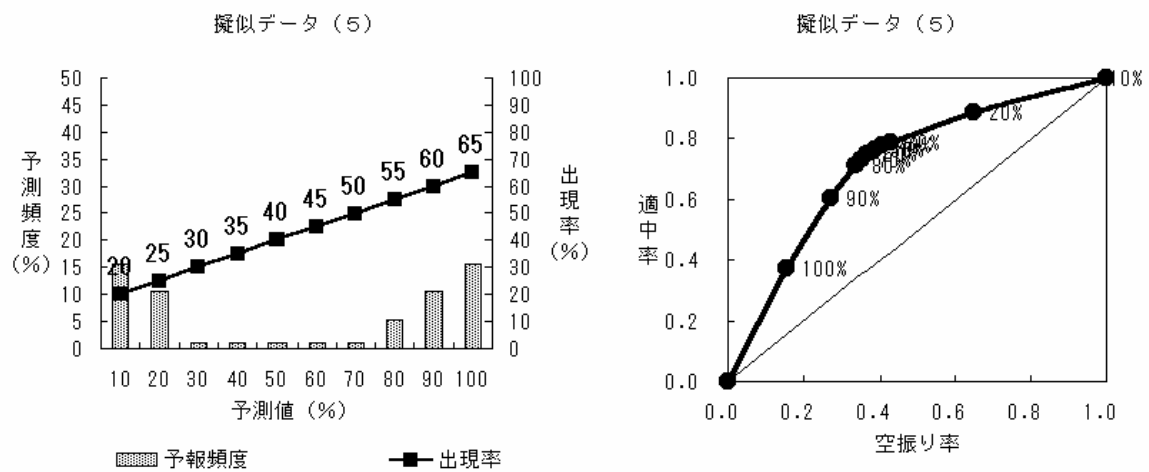
同様に、予報頻度が両端に偏っている場合も、信頼度が低いと損失軽減率のピークは小さくなり、損失軽減が期待できるコストロス比も狭くなる。もともと予報の確率値の違いが損失軽減率に現れにくい、30～80%ではほとんど同じような曲線となる。もし、予報頻度の偏りが小さくなり、信頼度が高くなれば基準とした第AN2.7図に近くなる。予報頻度が両端に偏っているのみ信頼度が低いことは、予報の確率値が適切でないことを示し、逆に、予報確率値が改善できれば多くのユーザが利用できる予報となることを示している。

また、予報頻度が30～50%に偏り、信頼度が低いケース（第AN2.12図）は、予報頻度が気候値に近いところに偏っているから、信頼度が高くても、損失軽減率のピークがもともと小さい。その上、信頼度も低いため、情報はわずかとなってしまふ。

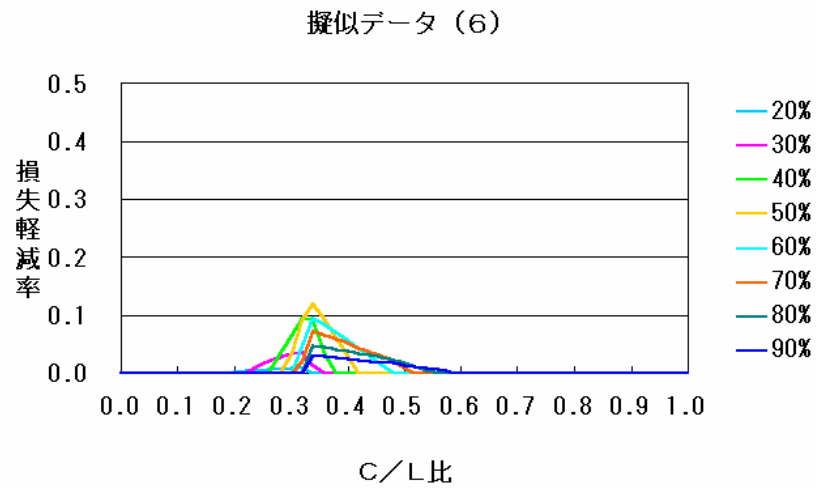
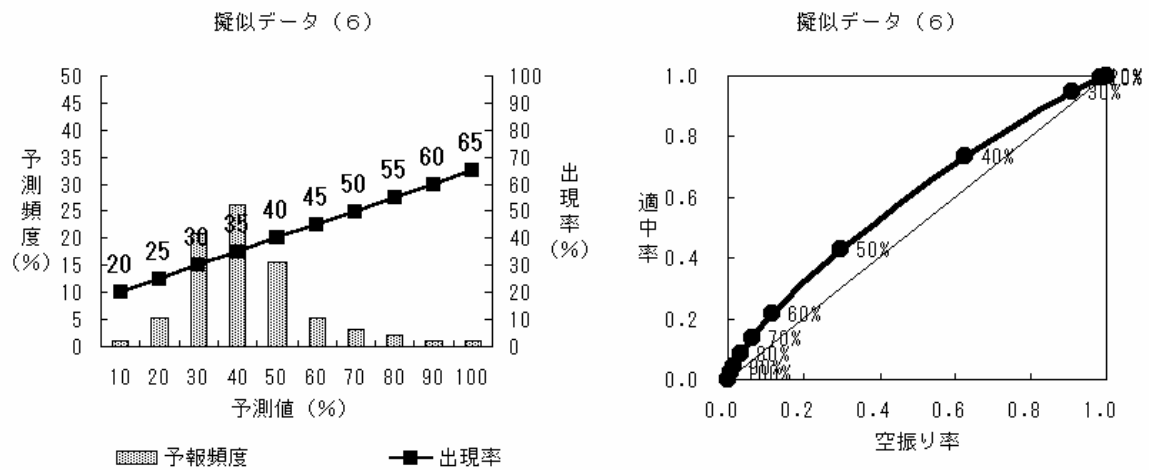
以上の仮想データからみると、“信頼度”が高いことでROC、損失軽減率の評価は高くなる。第AN2.6図に示した1か月予報のガイダンスも、大きな予報確率値にたいする現象の出現率は小さくなるものの、60%以下では信頼度は高く、その結果、ROC、損失軽減率とも情報のあることを示している。また、予報頻度が偏らないことで、予報確率値による適中率、空振り率の差異、損失軽減率の差異が大きくなる。確率予報の改善にはこれらの点に留意する必要がある。



第 AN2.10 図 信頼度，ROC，損失軽減率の例
予報頻度は均一だが，信頼度が低い例



第 AN2.11 図 信頼度，ROC，損失軽減率の例
予報頻度が両端に偏り，信頼度が低い例



第 AN2.12 図 信頼度，ROC，損失軽減率の例
予報頻度が 30～50% に偏り，信頼度が低い例

参考文献

- 雨宮正彦, 1981: 降水確率予報への評価, 気象, 25, 6, 6-10
- 土方薫, 2003: 総論天候デリバティブ, シグマベイズキャピタル, 243pp
- 金子郁容, 1990: 《不確実性と情報》入門, 岩波書店, 270pp
- Katz, R.W., and A.H. Murphy (ed.), 1997: Economic Value of Weather and Climate Forecasts. Cambridge University Press, 222pp
- 菊地原英和, 1988: 気象予測の検証と評価, 気象研究ノート, 161
- Mason I. B., 1980, Decision-theoretic evaluation of probabilistic forecast using the relative operating characteristic, *The collection of papers presented at the WMO symposium on probabilistic and statistical methods in weather forecasting*, 219–227.
- , 1982, A model for assessment of weather forecasts, *Aust. Met. Mag.*, 30, 291–303.
- 中三川浩, 1999: 確率予報の評価, 平成 11 年度季節予報研修テキスト, 30–43
- Palmer, T.N, J. Barkmeijer, R. Buizza, E. Klinker and D. Richardson, 2000: The future of ensemble prediction, *ECMWF Newsletter*, 88, 2–8
- Richardson David, 1998, Obtaining economic value form the EPS, *ECMWF Newsletter*, No. 80, 8–12
- 立平良三, 1981: 確率予報の精度の評価, 測候時報, 48, 93–97
- , 1986: 新しい天気予報, 東京堂出版, 186pp
- , 1999: 気象予報による意思決定, 東京堂出版, 142pp
- Stanski H. R., L. J. Wilson, and W. R. Burrows, 1989, Survey of common verification methods in meteorology, *WMO WWW Tec. Rep.* No. 8.
- Swets, J. A., 1973: The Relative Operating Characteristic in Psychology, *Science*, 182, 990–1000
- 渡辺典昭, 2001: 1 か月アンサンブル数値予報の興味深い予報例, 日本気象学会 2001 年春季大会予稿集
- , 2002: 1 か月アンサンブル予報の定量的利用への試み, 平成 13 年度全国季節予報技術検討会資料, 99–101
- 山田真吾, 2001: コスト・ロス・モデルに基づいた評価指数の提案, 天気, 48, 759–765
- Zhu, Yuejian, Z. Toth, R. Wobus, D. Richardson, K. Mylne, 2002: The Economic Value Of Ensemble-Based Weather Forecasts, *Bull. Amer. Met. Soc.*, 83, 73–83